

C13 Algorithmes gloutons

Problème du sac à dos

Problème du sac à dos

- On dispose d'un sac à dos et d'une liste objet ayant chacun un poids et une valeur. Le problème du sac à dos consiste à remplir ce sac en maximisant la valeur des objets qu'il contient tout en respectant une contrainte sur le poids du sac.

Problème du sac à dos

- On dispose d'un sac à dos et d'une liste objet ayant chacun un poids et une valeur. Le problème du sac à dos consiste à remplir ce sac en maximisant la valeur des objets qu'il contient tout en respectant une contrainte sur le poids du sac.
- Ce problème très connu se pose dans différents contextes :

Problème du sac à dos

- On dispose d'un sac à dos et d'une liste objet ayant chacun un poids et une valeur. Le problème du sac à dos consiste à remplir ce sac en maximisant la valeur des objets qu'il contient tout en respectant une contrainte sur le poids du sac.
- Ce problème très connu se pose dans différents contextes :
 - Clé usb ayant une capacité maximale à remplir avec des vidéos ayant chacune une taille et une importance.

Problème du sac à dos

- On dispose d'un sac à dos et d'une liste objet ayant chacun un poids et une valeur. Le problème du sac à dos consiste à remplir ce sac en maximisant la valeur des objets qu'il contient tout en respectant une contrainte sur le poids du sac.
- Ce problème très connu se pose dans différents contextes :
 - Clé usb ayant une capacité maximale à remplir avec des vidéos ayant chacune une taille et une importance.
 - Temps maximal pour répondre aux questions d'un examen, répondre à chaque question prend un certain temps et rapporte des points.

Problème du sac à dos

- On dispose d'un sac à dos et d'une liste objet ayant chacun un poids et une valeur. Le problème du sac à dos consiste à remplir ce sac en maximisant la valeur des objets qu'il contient tout en respectant une contrainte sur le poids du sac.
- Ce problème très connu se pose dans différents contextes :
 - Clé usb ayant une capacité maximale à remplir avec des vidéos ayant chacune une taille et une importance.
 - Temps maximal pour répondre aux questions d'un examen, répondre à chaque question prend un certain temps et rapporte des points.
 - ...

C13 Algorithmes gloutons

Exemple

On dispose de 5h de temps libre et on peut faire les activités suivantes auxquelles on a attribué une importance selon notre motivation :

Exemple

On dispose de 5h de temps libre et on peut faire les activités suivantes auxquelles on a attribué une importance selon notre motivation :

- Activité A : Aller au cinéma (2h30) - Importance 14

Exemple

On dispose de 5h de temps libre et on peut faire les activités suivantes auxquelles on a attribué une importance selon notre motivation :

- Activité A : Aller au cinéma (2h30) - Importance 14
- Activité B : Faire du sport (2h00) - Importance 10

Exemple

On dispose de 5h de temps libre et on peut faire les activités suivantes auxquelles on a attribué une importance selon notre motivation :

- Activité A : Aller au cinéma (2h30) - Importance 14
- Activité B : Faire du sport (2h00) - Importance 10
- Activité C : Aller à la plage (3h00) - Importance 18

Exemple

On dispose de 5h de temps libre et on peut faire les activités suivantes auxquelles on a attribué une importance selon notre motivation :

- Activité A : Aller au cinéma (2h30) - Importance 14
- Activité B : Faire du sport (2h00) - Importance 10
- Activité C : Aller à la plage (3h00) - Importance 18
- Activité D : Faire une randonnée (3h30) - Importance 25

Exemple

On dispose de 5h de temps libre et on peut faire les activités suivantes auxquelles on a attribué une importance selon notre motivation :

- Activité A : Aller au cinéma (2h30) - Importance 14
- Activité B : Faire du sport (2h00) - Importance 10
- Activité C : Aller à la plage (3h00) - Importance 18
- Activité D : Faire une randonnée (3h30) - Importance 25

Quelles activités choisir pour maximiser le total d'importance ?

C13 Algorithmes gloutons

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de sac à dos on peut adopter la méthode suivante :

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de sac à dos on peut adopter la méthode suivante :

- 1 Classer les objets par ordre d'importance (soit leur valeur, soit leur valeur par unité de poids)

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de sac à dos on peut adopter la méthode suivante :

- 1 Classer les objets par ordre d'importance (soit leur valeur, soit leur valeur par unité de poids)
- 2 Remplir le sac en commençant par les objets ayant la plus grande valeur et en ajoutant un objet à chaque fois que le poids maximal n'est pas dépassé

C13 Algorithmes gloutons

Exemple

C13 Algorithmes gloutons

Exemple

C13 Algorithmes gloutons

Exemple

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- Activité D : 25 (3h30)

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- 1 Activité D : 25 (3h30)
- 2 Activité C : 18 (3h)

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- 1 Activité D : 25 (3h30)
- 2 Activité C : 18 (3h)
- 3 Activité A : 14 (2h30)

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- 1 Activité D : 25 (3h30)
- 2 Activité C : 18 (3h)
- 3 Activité A : 14 (2h30)
- 4 Activité B : 10 (2h)

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- 1 Activité D : 25 (3h30)
- 2 Activité C : 18 (3h)
- 3 Activité A : 14 (2h30)
- 4 Activité B : 10 (2h)

En suivant cette méthode, on choisit donc l'activité D. Plus aucune autre activité n'est alors possible sans dépasser le temps limite de 5h.

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- 1 Activité D : 25 (3h30)
- 2 Activité C : 18 (3h)
- 3 Activité A : 14 (2h30)
- 4 Activité B : 10 (2h)

En suivant cette méthode, on choisit donc l'activité D. Plus aucune autre activité n'est alors possible sans dépasser le temps limite de 5h.

Cette méthode de résolution ne donne donc pas forcément la meilleure solution

Exemple

Dans l'exemple ci-dessus le classement des activités suivant l'importance :

- 1 Activité D : 25 (3h30)
- 2 Activité C : 18 (3h)
- 3 Activité A : 14 (2h30)
- 4 Activité B : 10 (2h)

En suivant cette méthode, on choisit donc l'activité D. Plus aucune autre activité n'est alors possible sans dépasser le temps limite de 5h.

Cette méthode de résolution ne donne donc pas forcément la meilleure solution

On peut vérifier qu'on obtiendrait le même résultat en classant les activités par le rapport importance par unité de temps.

C13 Algorithmes gloutons

Notion d'algorithme glouton

La méthode que nous avons adopté pour résoudre le problème du sac à dos est ce qu'on appelle un **algorithme glouton** :

Notion d'algorithme glouton

La méthode que nous avons adopté pour résoudre le problème du sac à dos est ce qu'on appelle un **algorithme glouton** :

- le principe général est de résoudre un problème complexe **étape par étape** en faisant à chaque étape un choix qui ne sera pas forcément optimal au final mais qui maximise dans l'immédiat une grandeur.

Notion d'algorithme glouton

La méthode que nous avons adopté pour résoudre le problème du sac à dos est ce qu'on appelle un **algorithme glouton** :

- le principe général est de résoudre un problème complexe **étape par étape** en faisant à chaque étape un choix qui ne sera pas forcément optimal au final mais qui maximise dans l'immédiat une grandeur.
- Il est possible qu'un autre choix conduise à un gain plus important par la suite.

Notion d'algorithme glouton

La méthode que nous avons adopté pour résoudre le problème du sac à dos est ce qu'on appelle un **algorithme glouton** :

- le principe général est de résoudre un problème complexe **étape par étape** en faisant à chaque étape un choix qui ne sera pas forcément optimal au final mais qui maximise dans l'immédiat une grandeur.
- Il est possible qu'un autre choix conduise à un gain plus important par la suite.
- Cet algorithme ne fournit donc pas toujours la **meilleure solution**.

C13 Algorithmes gloutons

Problème du rendu de monnaie

On dispose d'un système monétaire avec un ensemble de valeurs pour les pièces et les billets. Le problème du rendu de monnaie consiste à chercher le nombre minimal de pièce permettant de former une somme donnée.

Exemple

C13 Algorithmes gloutons

Problème du rendu de monnaie

On dispose d'un système monétaire avec un ensemble de valeurs pour les pièces et les billets. Le problème du rendu de monnaie consiste à chercher le nombre minimal de pièce permettant de former une somme donnée.

Exemple

- Les valeurs possibles des pièces sont : 1, 3, 4, 5 et 10

C13 Algorithmes gloutons

Problème du rendu de monnaie

On dispose d'un système monétaire avec un ensemble de valeurs pour les pièces et les billets. Le problème du rendu de monnaie consiste à chercher le nombre minimal de pièce permettant de former une somme donnée.

Exemple

- Les valeurs possibles des pièces sont : 1, 3, 4, 5 et 10
- On doit former la somme de 17

C13 Algorithmes gloutons

Problème du rendu de monnaie

On dispose d'un système monétaire avec un ensemble de valeurs pour les pièces et les billets. Le problème du rendu de monnaie consiste à chercher le nombre minimal de pièce permettant de former une somme donnée.

Exemple

- Les valeurs possibles des pièces sont : 1, 3, 4, 5 et 10
- On doit former la somme de 17

La solution est $10 + 4 + 3 = 17$.

C13 Algorithmes gloutons

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de rendu de monnaie on peut adopter l'algorithme **glouton** suivant :

C13 Algorithmes gloutons

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de rendu de monnaie on peut adopter l'algorithme **glouton** suivant :

- Choisir la pièce de plus forte valeur ne dépassant pas la somme à former.

C13 Algorithmes gloutons

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de rendu de monnaie on peut adopter l'algorithme **glouton** suivant :

- 1 Choisir la pièce de plus forte valeur ne dépassant pas la somme à former.
- 2 Soustraire cette pièce de la somme à former et recommencer tant que la somme à former n'est pas nulle.

Une méthode de résolution

Pour proposer une solution à un problème de rendu de monnaie on peut adopter l'algorithme **glouton** suivant :

- 1 Choisir la pièce de plus forte valeur ne dépassant pas la somme à former.
- 2 Soustraire cette pièce de la somme à former et recommencer tant que la somme à former n'est pas nulle.

Cet algorithme est glouton car le choix de la pièce de plus forte valeur n'est pas forcément le meilleur globalement mais est le maximum de valeur rendu pour une seule pièce à ce moment.

C13 Algorithmes gloutons

Exemple

En appliquant cette méthode à l'exemple précédent :

Exemple

En appliquant cette méthode à l'exemple précédent :

- On choisit 10 et il reste 7 à rendre

Exemple

En appliquant cette méthode à l'exemple précédent :

- On choisit 10 et il reste 7 à rendre
- On choisit 5 et il reste 2 à rendre

Exemple

En appliquant cette méthode à l'exemple précédent :

- On choisit 10 et il reste 7 à rendre
- On choisit 5 et il reste 2 à rendre
- On choisit 1 et il reste 1 à rendre

Exemple

En appliquant cette méthode à l'exemple précédent :

- On choisit 10 et il reste 7 à rendre
- On choisit 5 et il reste 2 à rendre
- On choisit 1 et il reste 1 à rendre
- On choisit 1 et il reste 0 à rendre

Exemple

En appliquant cette méthode à l'exemple précédent :

- On choisit 10 et il reste 7 à rendre
- On choisit 5 et il reste 2 à rendre
- On choisit 1 et il reste 1 à rendre
- On choisit 1 et il reste 0 à rendre

La solution obtenue est donc $10+5+1+1$, ce n'est donc pas la solution optimale.

C13 Algorithmes gloutons

Remarque

- On montre, mais cela dépasse le cadre du cours de NSI en première qu'avec certains systèmes monétaires appelés **canoniques** l'algorithme glouton fournit **toujours** une solution optimale.

C13 Algorithmes gloutons

Remarque

- On montre, mais cela dépasse le cadre du cours de NSI en première qu'avec certains systèmes monétaires appelés **canoniques** l'algorithme glouton fournit **toujours** une solution optimale.
- Le système de monnaie des euros est canoniques. Et donc avec les euros, l'algorithme fournit toujours la solution optimale.

C13 Algorithmes gloutons

Attention !

Dans certain cas, l'algorithme glouton échoue et ne donne pas de solutions alors qu'il en existe.

Exemple

Les valeurs possibles des pièces sont 20, 8, 5, 2 et il faut rendre 21

C13 Algorithmes gloutons

Attention !

Dans certain cas, l'algorithme glouton échoue et ne donne pas de solutions alors qu'il en existe.

Exemple

Les valeurs possibles des pièces sont 20, 8, 5, 2 et il faut rendre 21

C13 Algorithmes gloutons

Attention !

Dans certain cas, l'algorithme glouton échoue et ne donne pas de solutions alors qu'il en existe.

Exemple

Les valeurs possibles des pièces sont 20, 8, 5, 2 et il faut rendre 21

- Montrer qu'il existe des solutions à ce problème.

C13 Algorithmes gloutons

Attention !

Dans certain cas, l'algorithme glouton échoue et ne donne pas de solutions alors qu'il en existe.

Exemple

Les valeurs possibles des pièces sont 20, 8, 5, 2 et il faut rendre 21

- Montrer qu'il existe des solutions à ce problème.
- Quelle sera la réponse fournie par l'algorithme glouton .