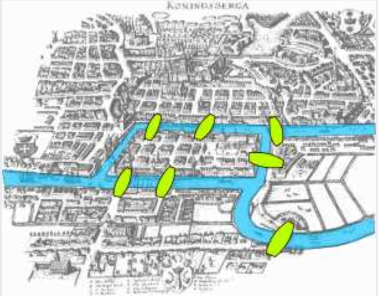
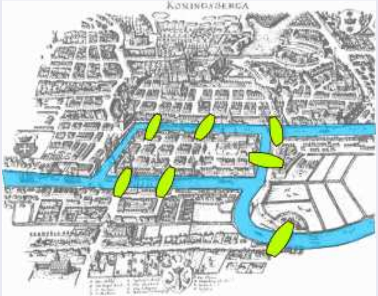
Aspect historique



credit : Wikipedia

Est-il possible de trouver un chemin qui passe une seule fois par chaque pont ?

Aspect historique

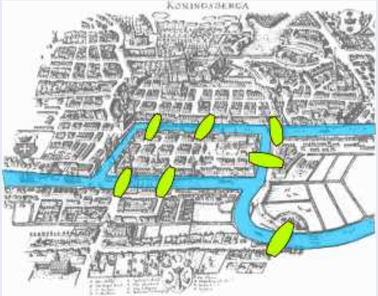


credit : Wikipedia

Est-il possible de trouver un chemin qui passe une seule fois par chaque pont ?

Ce problème (*problème des sept ponts de Königsberg*) a été étudié par le mathématicien suisse Leonhard Euler en 1736 et est considéré historiquement comme le premier problème faisant intervenir la théorie des graphes.

Aspect historique



credit : Wikipedia

Est-il possible de trouver un chemin qui passe une seule fois par chaque pont ?
Ce problème (*problème des sept ponts de Königsberg*) a été étudié par le mathématicien suisse Leonhard Euler en 1736 et est considéré historiquement comme le premier problème faisant intervenir la théorie des graphes.
Les graphes sont maintenant un domaine central de l'informatique (GPS, réseaux, ...)

Définition

Un graphe orienté est la donnée :

Définition

Un graphe orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets S (V pour *vertice* en anglais.).

Définition

Un graphe orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets S (V pour *vertice* en anglais.).
- D'un ensemble de couples de sommets $A \subseteq S \times S$ appelés arc (notés $x \to y$).(E pour *edges* en anglais).

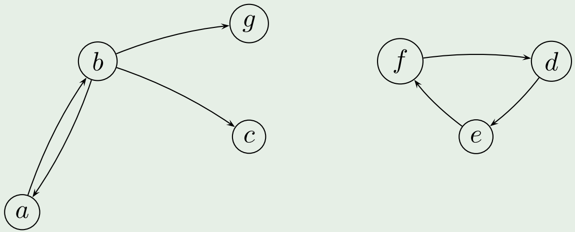
Définition

Un graphe orienté est la donnée :

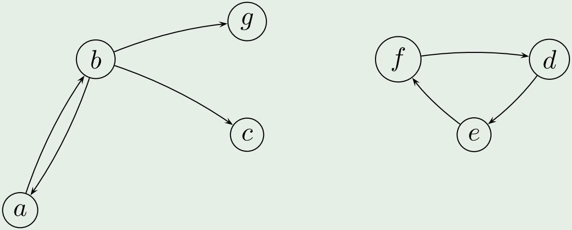
- D'un ensemble de sommets S (V pour *vertice* en anglais.).
- D'un ensemble de couples de sommets $A \subseteq S \times S$ appelés arc (notés $x \to y$).(E pour *edges* en anglais).

On utilisera souvent la notation $G = (S, A)$ pour désigner un graphe orienté.

Exemple

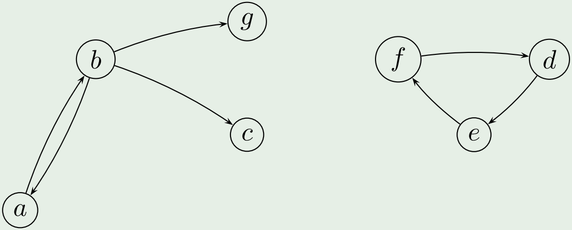


Exemple



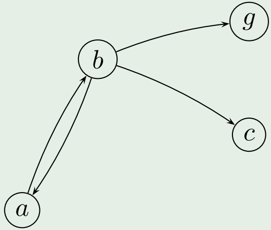
$S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

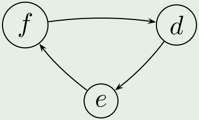
Exemple



$S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$
$A = \{(e, f), (d, e), (f, d), (a, b), (b, a), (b, c), (b, g)\}$

Exemple





$S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$
$A = \{(e, f), (d, e), (f, d), (a, b), (b, a), (b, c), (b, g)\}$
⚠ Seule la données de S et A défini le graphe et *pas* les positions des sommets sur le schéma.

Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.

Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.
- Un arc de la forme (x, x) est une boucle.
- Les successeurs (ou voisins sortants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_+(s) = \{t \in S \text{ tel que } s \rightarrow t\}$.

Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.
- Un arc de la forme (x, x) est une boucle.
- Les successeurs (ou voisins sortants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_+(s) = \{t \in S$ tel que $s \to t\}$.
- Le degré sortant d'un sommet s noté $d_+(s)$ est son nombre de successeurs $d_+(s) = |\mathcal{V}_+(s)|$.

Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.
- Un arc de la forme (x, x) est une boucle.
- Les successeurs (ou voisins sortants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_+(s) = \{t \in S \text{ tel que } s \to t\}$.
- Le degré sortant d'un sommet s noté $d_+(s)$ est son nombre de successeurs $d_+(s) = |\mathcal{V}_+(s)|$.
- Les prédecesseurs (ou voisins entrants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_-(s) = \{t \in S \text{ tel que } t \to s\}$.

Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.
- Un arc de la forme (x, x) est une boucle.
- Les successeurs (ou voisins sortants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_+(s) = \{t \in S \text{ tel que } s \to t\}$.
- Le degré sortant d'un sommet s noté $d_+(s)$ est son nombre de successeurs $d_+(s) = |\mathcal{V}_+(s)|$.
- Les prédecesseurs (ou voisins entrants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_-(s) = \{t \in S \text{ tel que } t \to s\}$.
- Le degré entrant d'un sommet s noté $d_-(s)$ est son nombre de prédécesseurs $d_-(s) = |\mathcal{V}_-(s)|$.

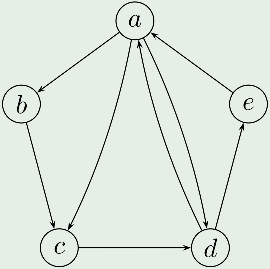
Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.
- Un arc de la forme (x, x) est une boucle.
- Les successeurs (ou voisins sortants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_+(s) = \{t \in S \text{ tel que } s \rightarrow t\}$.
- Le degré sortant d'un sommet s noté $d_+(s)$ est son nombre de successeurs $d_+(s) = |\mathcal{V}_+(s)|$.
- Les prédecesseurs (ou voisins entrants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_-(s) = \{t \in S \text{ tel que } t \rightarrow s\}$.
- Le degré entrant d'un sommet s noté $d_-(s)$ est son nombre de prédécesseurs $d_-(s) = |\mathcal{V}_-(s)|$.
- Les voisins d'un sommet s sont les éléments de $\mathcal{V}(s) = \mathcal{V}_+(s) \cup \mathcal{V}_-(s)$

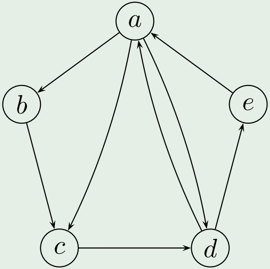
Vocabulaire

- Le ordre d'un graphe est son nombre de sommets.
- Un arc de la forme (x, x) est une boucle.
- Les successeurs (ou voisins sortants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_+(s) = \{t \in S \text{ tel que } s \to t\}$.
- Le degré sortant d'un sommet s noté $d_+(s)$ est son nombre de successeurs $d_+(s) = |\mathcal{V}_+(s)|$.
- Les prédecesseurs (ou voisins entrants) d'un sommet $s \in S$ sont les éléments de l'ensemble $\mathcal{V}_-(s) = \{t \in S \text{ tel que } t \to s\}$.
- Le degré entrant d'un sommet s noté $d_-(s)$ est son nombre de prédécesseurs $d_-(s) = |\mathcal{V}_-(s)|$.
- Les voisins d'un sommet s sont les éléments de $\mathcal{V}(s) = \mathcal{V}_+(s) \cup \mathcal{V}_-(s)$
- Le degré d'un sommet s noté $d(s)$ est la somme de ses degrés entrants et sortants $d(s) = d_-(s) + d_+(s)$

Exemple

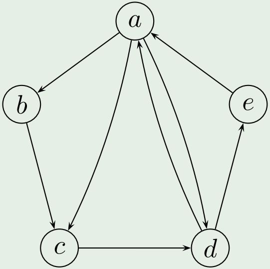


Exemple



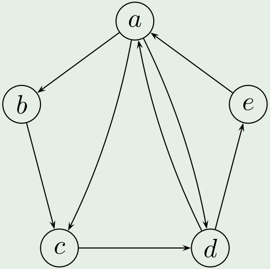
- $V_+(a) = ?$

Exemple



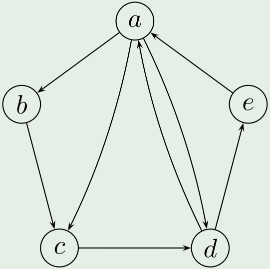
- $V_+(a) = ?$
- $V_+(d) = ?$

Exemple



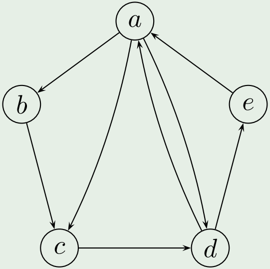
- $V_+(a) = ?$
- $V_+(d) = ?$
- $d_+(e) = ?$

Exemple



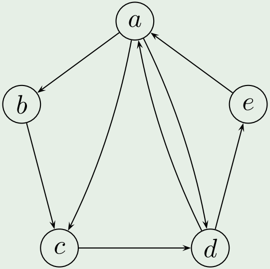
- $V_+(a) = ?$
- $V_+(d) = ?$
- $d_+(e) = ?$
- $d_-(a) = ?$

Exemple



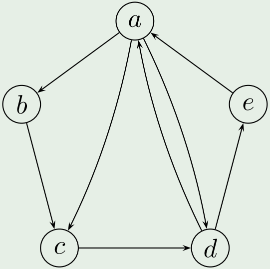
- $V_+(a) = \{b, c, d\}$
- $V_+(d) = ?$
- $d_+(e) = ?$
- $d_-(a) = ?$

Exemple



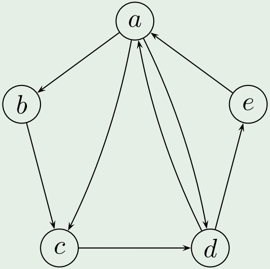
- $V_+(a) = \{b, c, d\}$
- $V_+(d) = \{a, c\}$
- $d_+(e) = ?$
- $d_-(a) = ?$

Exemple



- $V_+(a) = \{b, c, d\}$
- $V_+(d) = \{a, c\}$
- $d_+(e) = 1$
- $d_-(a) = ?$

Exemple



- $V_+(a) = \{b, c, d\}$
- $V_+(d) = \{a, c\}$
- $d_+(e) = 1$
- $d_-(a) = 2$

Définition

Un graphe non orienté est la donnée :

Vocabulaire

Définition

Un graphe non orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets ou noeuds S.

Vocabulaire

Définition

Un graphe non orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets ou noeuds S.
- D'un ensemble de **paires** de sommets A appelés arcs ou arêtes notés x — y.

Vocabulaire

Définition

Un graphe non orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets ou noeuds S.
- D'un ensemble de **paires** de sommets A appelés arcs ou arêtes notés x — y.

Vocabulaire

- Dans le contexte des graphes orientés cela revient à $(x, y) \in A$ ssi $(y, x) \in A$.

Définition

Un graphe non orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets ou noeuds S.
- D'un ensemble de **paires** de sommets A appelés arcs ou arêtes notés $x — y$.

Vocabulaire

- Dans le contexte des graphes orientés cela revient à $(x, y) \in A$ ssi $(y, x) \in A$.
- Les définitions de chemin, degrés, ... des graphes orientés s'étendent naturellement aux graphes non orientés.

Définition

Un graphe non orienté est la donnée :

- D'un ensemble de sommets ou noeuds S.
- D'un ensemble de **paires** de sommets A appelés arcs ou arêtes notés x — y.

Vocabulaire

- Dans le contexte des graphes orientés cela revient à $(x, y) \in A$ ssi $(y, x) \in A$.
- Les définitions de chemin, degrés, . . . des graphes orientés s'étendent naturellement aux graphes non orientés.
- On dit qu'un graphe non orienté (S, A) est connexe lorsqu'il existe un chemin entre toute paire de sommets.

Graphes pondérés

- Dans de nombreuses situations, on est amené à attacher une information aux arcs d'un graphe (ex : distance entre deux villes, coût d'une liaison dans un réseau informatique, ...), on parle alors de graphe pondéré.

Graphes pondérés

- Dans de nombreuses situations, on est amené à attacher une information aux arcs d'un graphe (ex : distance entre deux villes, coût d'une liaison dans un réseau informatique, ...), on parle alors de graphe pondéré.
- L'information, ou étiquette attaché à un noeud est souvent de nature numérique, on parle alors de poids ou longueur d'un arc.

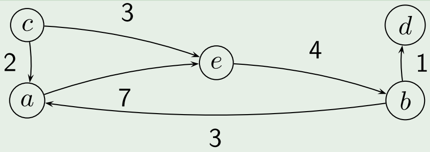
Graphes pondérés

- Dans de nombreuses situations, on est amené à attacher une information aux arcs d'un graphe (ex : distance entre deux villes, coût d'une liaison dans un réseau informatique, ...), on parle alors de graphe pondéré.
- L'information, ou étiquette attaché à un noeud est souvent de nature numérique, on parle alors de poids ou longueur d'un arc.
- Le coût d'un chemin est alors la somme des poids des arcs qui le compose.

Graphes pondérés

- Dans de nombreuses situations, on est amené à attacher une information aux arcs d'un graphe (ex : distance entre deux villes, coût d'une liaison dans un réseau informatique, ...), on parle alors de graphe pondéré.
- L'information, ou étiquette attaché à un noeud est souvent de nature numérique, on parle alors de poids ou longueur d'un arc.
- Le coût d'un chemin est alors la somme des poids des arcs qui le compose.

Exemple



Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est-à-dire un tableau de n lignes et n colonnes :

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est-à-dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est-à-dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est-à-dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M
- Sinon on place un 0

Remarques

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est-à-dire un tableau de n lignes et n colonnes :

- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M
- Sinon on place un 0

Remarques

- Si le graphe n'est pas orienté alors la matrice est symétrique par rapport à sa première diagonale.

Représentation par matrice d'adjacence

On peut représenter un graphe à n sommets par sa matrice d'adjacence M, c'est-à-dire un tableau de n lignes et n colonnes :

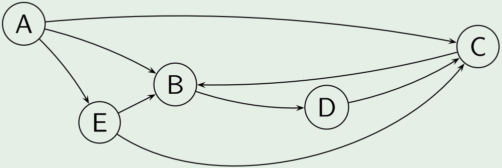
- On numérote les sommets du graphe
- S'il y a une arête du sommet i vers le sommet j alors on place un 1 à la ligne i et à la colonne j de M
- Sinon on place un 0

Remarques

- Si le graphe n'est pas orienté alors la matrice est symétrique par rapport à sa première diagonale.
- On peut représenter les graphes pondérés en écrivant le poids à la place du 1 pour chaque arête.

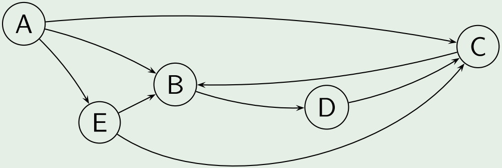
Exemple

1. En supposant les sommets numérotés dans l'ordre alphabétique, écrire la matrice d'adjacence du graphe suivant :



Exemple

1. En supposant les sommets numérotés dans l'ordre alphabétique, écrire la matrice d'adjacence du graphe suivant :



2. Dessiner le graphe ayant la matrice d'adjacence suivante (on appellera les sommets $S_1, S_2, \dots$) :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est-à-dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est-à-dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est-à-dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est-à-dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est-à-dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

- Lorsqu'un graphe a "peu" d'arête cette implémentation est plus intéressante en terme d'occupation mémoire que celle par matrice d'adjacence.

Représentation par listes d'adjacence

On peut représenter un graphe à l'aide de listes d'adjacences, c'est-à-dire en mémorisant pour chaque sommet du graphe la liste de ses voisins.

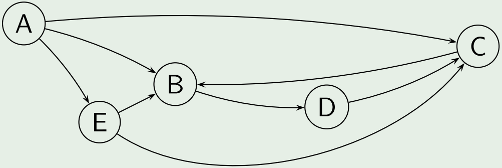
- On crée pour chaque sommet du graphe une liste
- S'il y a une arête du sommet S_i vers le sommet S_j alors S_j est dans la liste de S_i

Remarques

- Lorsqu'un graphe a "peu" d'arête cette implémentation est plus intéressante en terme d'occupation mémoire que celle par matrice d'adjacence.
- En Python, on utilisera un dictionnaire pour représenter les listes d'adjacences, les clés sont les sommets et les valeurs les listes associées

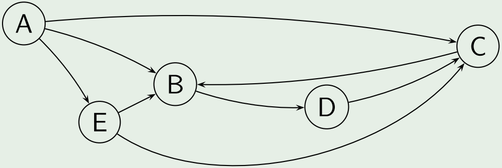
Exemple

1. Ecrire les listes d'adjacences du graphe suivante :



Exemple

1. Ecrire les listes d'adjacences du graphe suivante :



2. Dessiner le graphe représenté par le dictionnaire Python suivante :

```
{
    'A' : ['C'],
    'B' : ['D','E'],
    'C' : ['A','B'],
    'D' : ['A','C'],
    'E' : ['B','C','D']
}
```

Parcours d'un graphe

A la base des algorithmes sur les graphes, on trouve les parcours de graphe, c'est-à-dire l'exploration des sommets. A partir du sommet de départ, on peut :

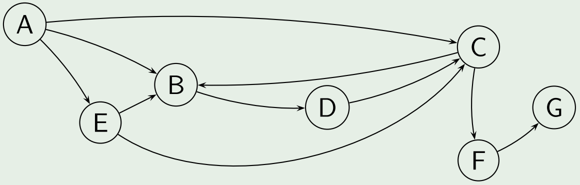
- explorer tous ses voisins immédiats, puis les voisins des voisins et ainsi de suite. Le graphe est donc exploré en « cercle concentrique » autour du sommet de départ . . ., on parle alors de parcours en largeur ou breadth first search (*BFS*) en anglais.

Parcours d'un graphe

A la base des algorithmes sur les graphes, on trouve les parcours de graphe, c'est-à-dire l'exploration des sommets. A partir du sommet de départ, on peut :

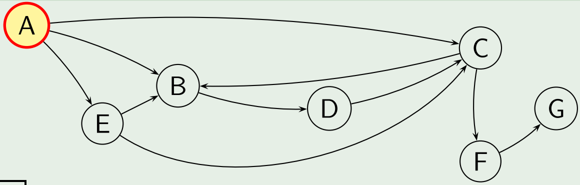
- explorer tous ses voisins immédiats, puis les voisins des voisins et ainsi de suite. Le graphe est donc exploré en « cercle concentrique » autour du sommet de départ ..., on parle alors de parcours en largeur ou breadth first search (*BFS*) en anglais.
- explorer à chaque étape le premier voisin non encore exploré. Lorsque qu'on atteint un sommet dont tous les voisins ont déjà été exploré, on revient en arrière, on parle alors de parcours en profondeur ou depth first search (*DFS*) en anglais.

Exemple de parcours en largeur



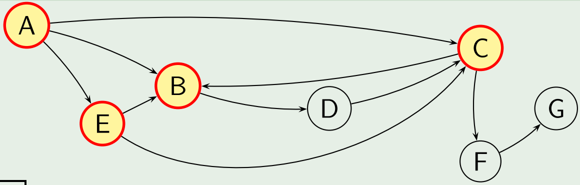
Sommets explorés :

Exemple de parcours en largeur



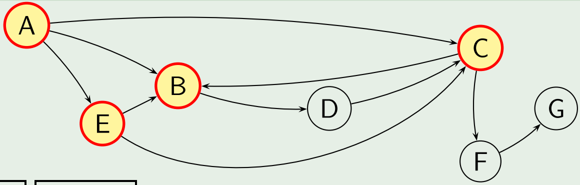
Sommets explorés : $\boxed{\text{A,}}$

Exemple de parcours en largeur



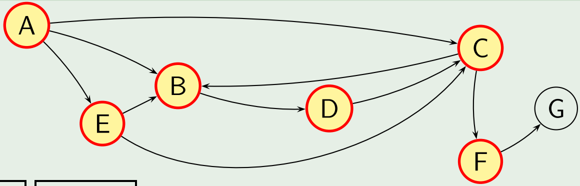
Sommets explorés : $\boxed{\text{A,}}$

Exemple de parcours en largeur



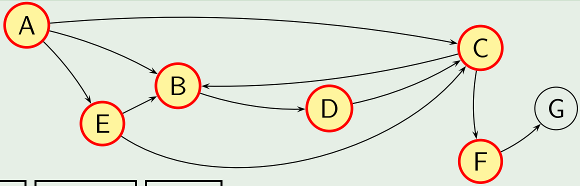
Sommets explorés : $\boxed{\text{A,}}$ $\boxed{\text{B, C, E}}$

Exemple de parcours en largeur



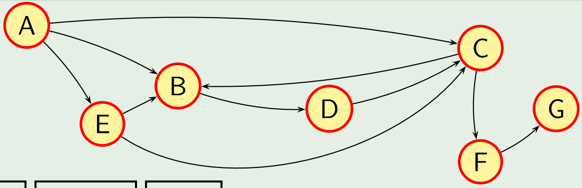
Sommets explorés : | A, | | B, C, E |

Exemple de parcours en largeur



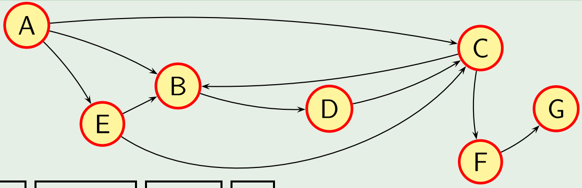
Sommets explorés : $\boxed{\text{A,}}$ $\boxed{\text{B, C, E}}$ $\boxed{\text{D, F,}}$

Exemple de parcours en largeur



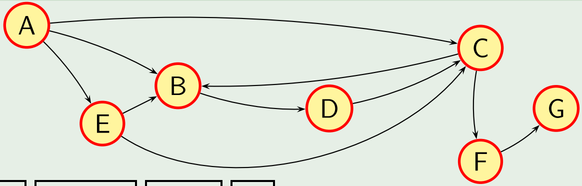
Sommets explorés : | A, | | B, C, E | | D, F, |

Exemple de parcours en largeur



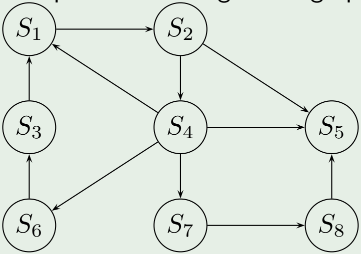
Sommets explorés : $\boxed{\text{A,}}$ $\boxed{\text{B, C, E}}$ $\boxed{\text{D, F,}}$ $\boxed{\text{G}}$

Exemple de parcours en largeur

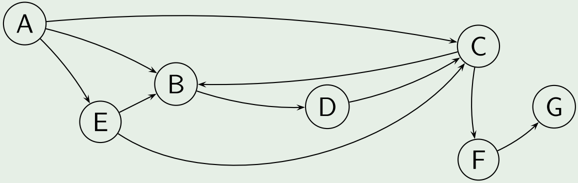


Sommets explorés : $\boxed{\text{A,}}$ $\boxed{\text{B, C, E}}$ $\boxed{\text{D, F,}}$ $\boxed{\text{G}}$

Ecrire le parcours en largeur du graphe suivant (on part du sommet S_1)

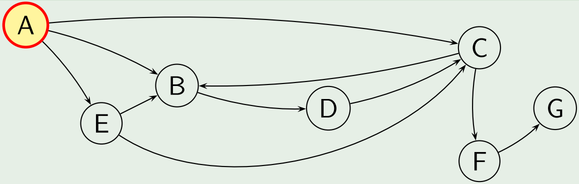


Exemple de parcours en profondeur



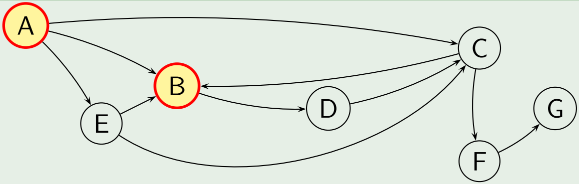
Sommets explorés :

Exemple de parcours en profondeur



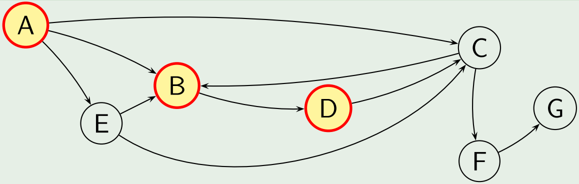
Sommets explorés : A,

Exemple de parcours en profondeur



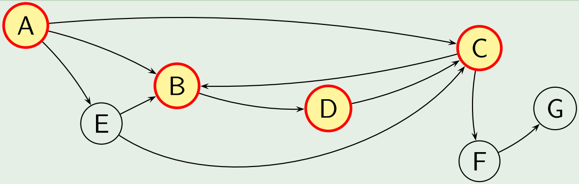
Sommets explorés : A, B,

Exemple de parcours en profondeur



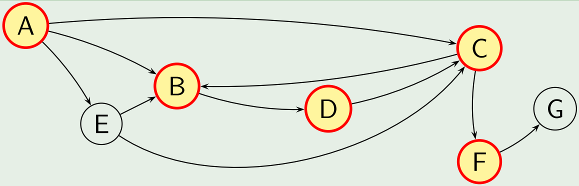
Sommets explorés : A, B, D,

Exemple de parcours en profondeur



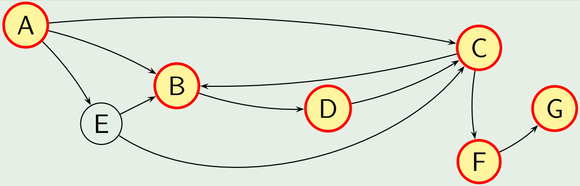
Sommets explorés : A, B, D, C,

Exemple de parcours en profondeur



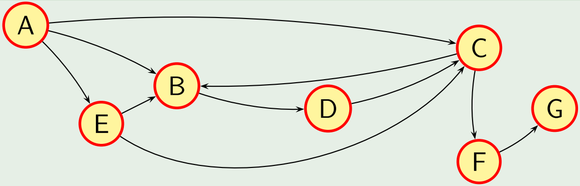
Sommets explorés : A, B, D, C, F,

Exemple de parcours en profondeur



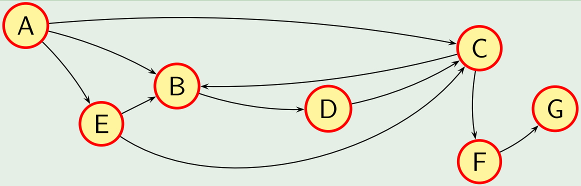
Sommets explorés : A, B, D, C, F, G,

Exemple de parcours en profondeur



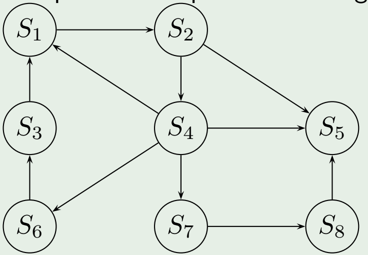
Sommets explorés : A, B, D, C, F, G, E

Exemple de parcours en profondeur



Sommets explorés : A, B, D, C, F, G, E

Ecrire le parcours en profondeur du graphe suivant (on part du sommet S_1)



File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins . . . Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).

File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.

File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.

File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.

E	D	C	B

File d'attente

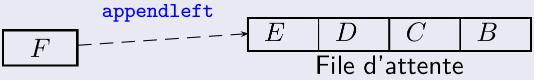
File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins … Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.

File d'attente

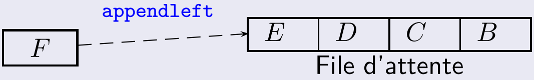
File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.



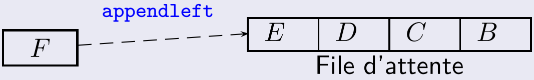
File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.



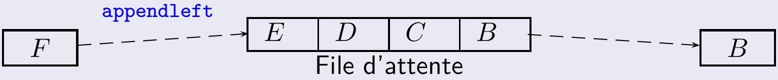
File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.



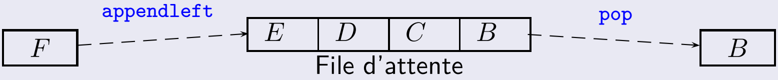
File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins ... Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.



File et parcours en largeur

- Pour un parcours en largeur, on doit stocker dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. c'est-à-dire les voisins du sommet de départ, puis les voisins des voisins … Ces sommets doivent être retirés pour exploration, *dans leur ordre d'insertion*, la structure de données utilisée est donc du type premier entré, premier sorti (first in first out : FIFO).
- Ce type de structure de données s'appelle une file.
- Pour l'implémentation on doit pouvoir enfiler (ajouter un sommet dans la file) et défiler (retirer un sommet) de façon efficace donc en $\mathcal{O}(1)$.
- Les listes de Python ne sont pas adaptées, on utilisera le module `deque` de Python, enfiler correspond alors à `appendleft` et défiler à `pop`.



File et parcours en profondeur

- Pour un parcours en profondeur, on stocker aussi dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. Mais cette fois, la structure de données utilisée est donc du type dernier entré, premier sorti (last in first out (LIFO)).

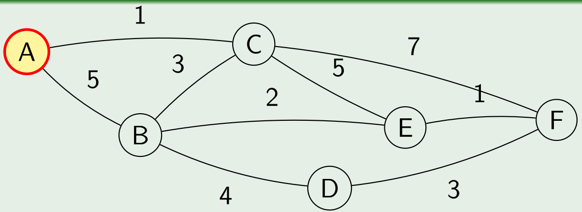
File et parcours en profondeur

- Pour un parcours en profondeur, on stocker aussi dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. Mais cette fois, la structure de données utilisée est donc du type dernier entré, premier sorti (last in first out (LIFO)).
- Ce type de structure de données s'appelle une pile.

File et parcours en profondeur

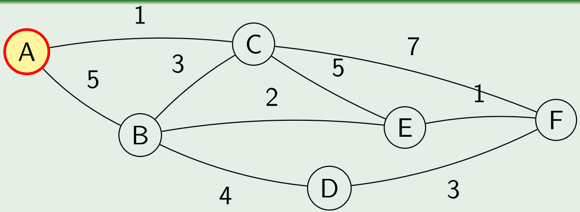
- Pour un parcours en profondeur, on stocker aussi dans une structure de données les sommets en attente d'être explorés. Mais cette fois, la structure de données utilisée est donc du type dernier entré, premier sorti (last in first out (LIFO)).
- Ce type de structure de données s'appelle une pile.
- Pour l'implémentation, on se contente d'utiliser la récursivité de façon à ce que la pile des sommets en attente d'être exploré soit gérée de façon automatique par les appels récursifs.

Algorithme de Djikstra : exemple



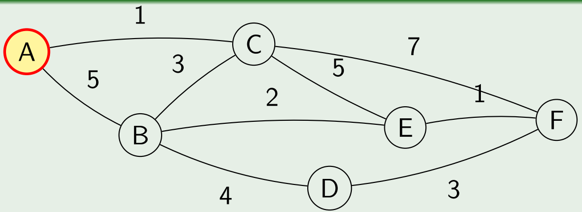
A	B	C	D	E	F	

Algorithme de Djikstra : exemple



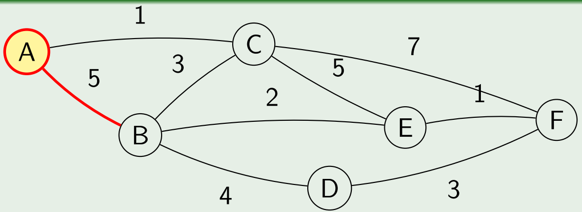
A	B	C	D	E	F	
0 (A)						

Algorithme de Djikstra : exemple



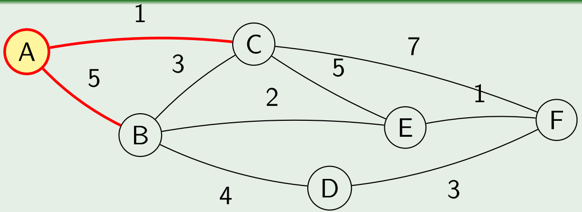
A	B	C	D	E	F	
0 (A)						A
✔						
✔						
✔						
✔						
✔						

Algorithme de Djikstra : exemple



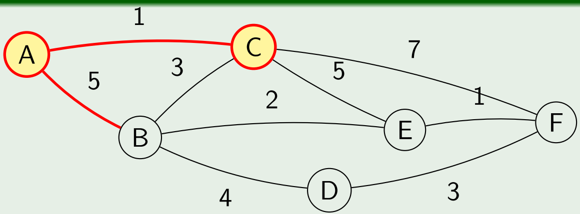
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)					A
✔						
✔						
✔						
✔						
✔						

Algorithme de Djikstra : exemple



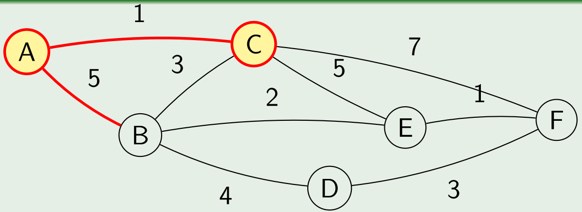
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔						
✔						
✔						
✔						
✔						

Algorithme de Djikstra : exemple



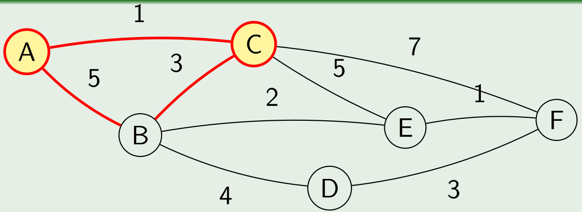
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔		1 (A)				
✔						
✔						
✔						
✔						

Algorithme de Djikstra : exemple



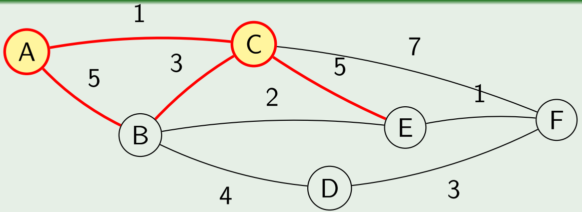
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔		1 (A)				C
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



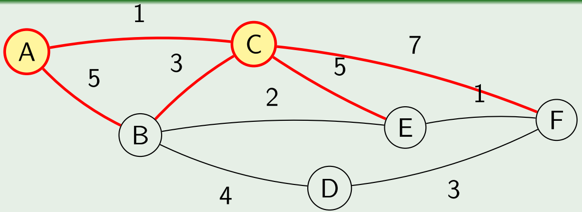
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)				C
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



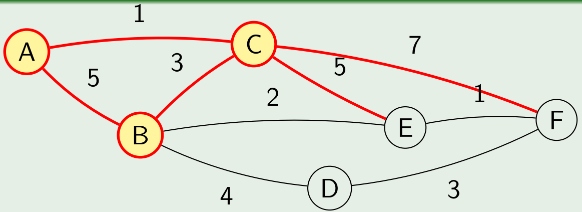
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)		C
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



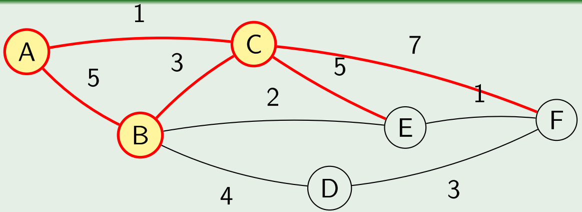
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



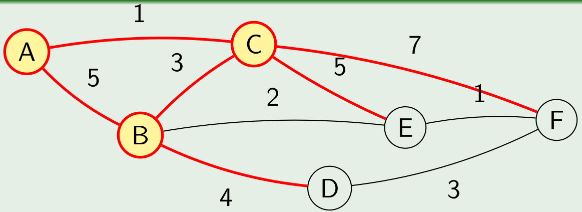
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔				
✔		✔				
✔		✔				
✔		✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



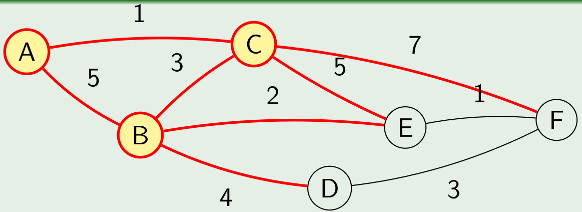
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔				B
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



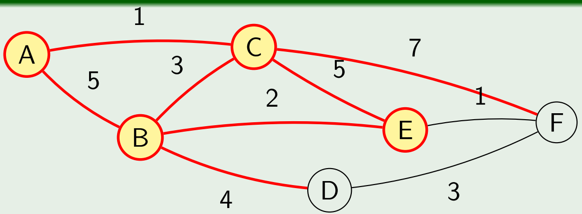
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)			B
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



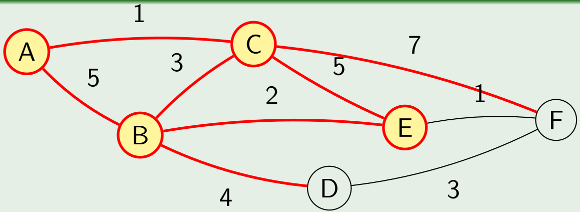
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



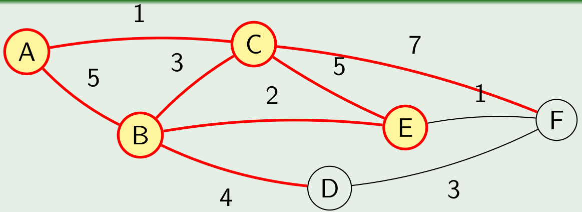
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)		
✔	✔	✔				
✔	✔	✔				

Algorithme de Djikstra : exemple



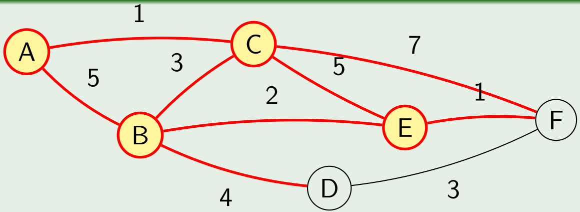
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)		E
✔	✔	✔		✔		
✔	✔	✔		✔		

Algorithme de Djikstra : exemple



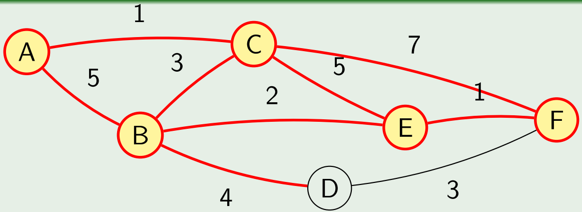
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)		E
✔	✔	✔		✔		
✔	✔	✔		✔		

Algorithme de Djikstra : exemple



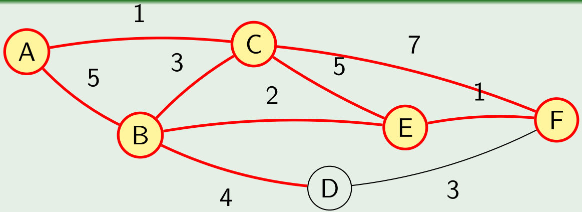
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)	7 (E)	E
✔	✔	✔		✔		
✔	✔	✔		✔		

Algorithme de Djikstra : exemple



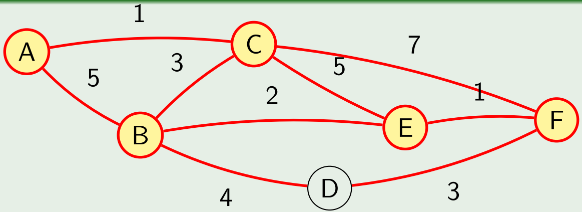
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)	7 (E)	E
✔	✔	✔		✔	7 (E)	
✔	✔	✔		✔	✔	

Algorithme de Djikstra : exemple



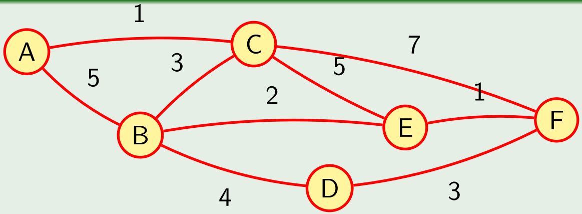
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)	7 (E)	E
✔	✔	✔		✔	7 (E)	F
✔	✔	✔		✔	✔	

Algorithme de Djikstra : exemple



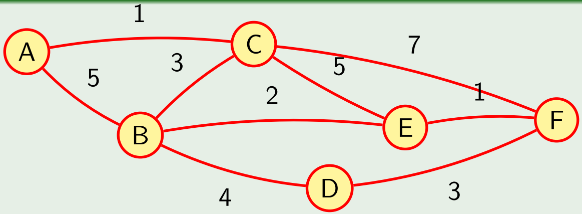
A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)	7 (E)	E
✔	✔	✔	11 (F)	✔	7 (E)	F
✔	✔	✔		✔	✔	

Algorithme de Djikstra : exemple



A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)	7 (E)	E
✔	✔	✔	11 (F)	✔	7 (E)	F
✔	✔	✔	8 (B)	✔	✔	

Algorithme de Djikstra : exemple



A	B	C	D	E	F	
0 (A)	5 (A)	1 (A)				A
✔	4 (C)	1 (A)		6 (C)	8 (C)	C
✔	4 (C)	✔	8 (B)	6 (B)		B
✔	✔	✔		6 (B)	7 (E)	E
✔	✔	✔	11 (F)	✔	7 (E)	F
✔	✔	✔	8 (B)	✔	✔	D